

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.1. a_n = \frac{3n-2}{2n-1}, \quad a = \frac{3}{2}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[3]{5n^2} + \sqrt[4]{9n^8 + 1}}{(n + \sqrt{n}) \sqrt{7-n+n^2}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.1. \lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n^2 - 1} \right).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right).$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+1}{n-1} \right)^n.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.1. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.1. f(x) = 5x^2 - 1, \quad x_0 = 6.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.1. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.1. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2^{\cos^2 x} - 1}{\ln \sin x}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{2x} - 5^{3x}}{2x - \arctg 3x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{\sin^2 x}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.1. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 - \ln(1 + x^3) \right)^{3 / (x^2 \arcsin x)}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.1. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 2x}{x} \right)^{1+x}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.1. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3x-1}{x+1} \right)^{1 / (\sqrt[3]{x}-1)}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.1. \lim_{x \rightarrow e} \left( \frac{\ln x - 1}{x - e} \right)^{\sin \frac{\pi}{2e} x}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.1. \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{4 \cos 3x + x \arctg(1/x)}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.2. a_n = \frac{4n-1}{2n+1}, \quad a = 2.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^4 - (1+n)^4}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-1} - \sqrt{n^2+1}}{\sqrt[3]{3n^3+3} + \sqrt[4]{n^5+1}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.2. \lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt{n(n-2)} - \sqrt{n^2-3} \right).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)! + (2n+2)!}{(2n+3)!}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n+3}{2n+1} \right)^{n+1}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1} = 6.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.2. f(x) = 4x^2 - 2, \quad x_0 = 5.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.2. \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2} - 1}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\ln x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.2. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{(2x-1)^2}{e^{\sin \pi x} - e^{-\sin 3\pi x}}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{-2x}}{2 \arcsin x - \sin x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.2. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \cos \sqrt{x} \right)^{1/x}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.2. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2+x}{3-x} \right)^x.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.2. \lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{\sin x}{\sin a} \right)^{1/(x-a)}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.2. \lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

20.2.

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \sqrt{3 \sin x + (2x - \pi) \sin \frac{x}{2x - \pi}}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.3. a_n = \frac{7n+4}{2n+1}, \quad a = \frac{7}{2}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^3 - (1+n)^3}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3+1} - \sqrt{n-1}}{\sqrt[3]{n^3+1} - \sqrt{n-1}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.3. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( n - \sqrt[3]{n^3-5} \right) n \sqrt{n}.$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

5.3.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1+3+5+7+\dots+(2n-1)}{n+1} - \frac{2n+1}{2} \right].$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.3. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2-1}{n^2} \right)^{n^4}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.3. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2+5x-2}{x+2} = -7.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.3. f(x) = 3x^2 - 3, \quad x_0 = 4.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2+3x+2)^2}{x^3+2x^2-x-2}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2-1}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2-5x}{\sin 3x}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.3. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1+\cos 3x}{\sin^2 7x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x - \sqrt[3]{2x-3})}{\sin(\pi x/2) - \sin[(x-1)\pi]}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^{2x} - 7^{-2x}}{\sin 3x - 2x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{\sin(x+1)}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.3. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1+x \cdot 2^x}{1+x \cdot 3^x} \right)^{1/x^2}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.3. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 4x}{x} \right)^{2/(x+2)}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.3. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x-1}{x} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.3. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \left( \frac{\ln \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{ctg} x} \right)^{1/(x+\pi/4)}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - \sin n}{\sqrt{n} - \sqrt[3]{n^3-7}}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.4. a_n = \frac{2n-5}{3n+1}, \quad a = \frac{2}{3}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-n)^4 - (1+n)^4}{(1+n)^3 - (1-n)^3}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 - 1} + 7n^3}{\sqrt[4]{n^{12} + n + 1} - n}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.4. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sqrt{(n^2 + 1)(n^2 - 4)} - \sqrt{n^4 - 9} \right]$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.4. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-1}{n+3} \right)^{n+2}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 14x + 6}{x - 3} = 10.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.4. f(x) = 2x^2 - 4, \quad x_0 = 3.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.4. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} 2}{\sin \ln(x-1)}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^{3x}}{\sin 2x - \sin x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.4. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} a}{\ln x - \ln a}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.4. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 2 - 3^{\operatorname{arctg}^2 \sqrt{x}} \right)^{2/\sin x}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.4. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^{3x} - 1}{x} \right)^{\cos^2(\pi/4+x)}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.4. \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{\cos x}{\cos 2} \right)^{1/(x-2)}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.4. \lim_{x \rightarrow 2} (\sin x)^{3/(1+x)}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x \cos(1/x) + \lg(2+x)}{\lg(4+x)}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.5. a_n = \frac{7n-1}{n+1}, \quad a = 7.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(6-n)^2 - (6+n)^2}{(6+n)^2 - (1-n)^2}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n-1} - \sqrt[3]{125n^3+n}}{\sqrt[5]{n} - n}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5-8} - n\sqrt{n(n^2+5)}}{\sqrt{n}}.$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{\sqrt{9n^4+1}}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2+2}{2n^2+1} \right)^{n^2}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.5. \lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2+x-1}{x+1/2} = -5.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.5. f(x) = -2x^2 - 5, \quad x_0 = 2.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2+2x-3)^2}{x^3+4x^2+3x}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(2+x))}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1+\cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.5. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{e^{\operatorname{tg} 2x} - e^{-\sin 2x}}{\sin x - 1}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 5^{3x}}{\operatorname{arctg} x + x^3}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\operatorname{tg} x} - \sqrt{1+\sin x}}{x^3}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.5. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1+\sin x \cos \alpha x}{1+\sin x \cos \beta x} \right)^{\operatorname{ctg}^3 x}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.5. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{x+3}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.5. \lim_{x \rightarrow 8} \left( \frac{2x-7}{x+1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-2)}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.5. \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{\sin 3\pi x}{\sin \pi x} \right)^{\sin^2(x-2)}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{1/n} + \sin \frac{n}{n^2+1} \cdot \cos n}{1 + \cos(1/n)}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.6. a_n = \frac{4n^2 + 1}{3n^2 + 2}, \quad a = \frac{4}{3}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n+1)^2}{(n-1)^3 - (n+1)^3}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[5]{n} - \sqrt[3]{27n^6 + n^2}}{(n + \sqrt[4]{n})\sqrt{9 + n^2}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.6. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 - 3n + 2} - n \right).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)}{1 + 2 + 3 + \dots + n}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.6. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 - 6n + 7}{3n^2 + 20n - 1} \right)^{-n+1}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.6. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2} = 5.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.6. f(x) = -3x^2 - 6, \quad x_0 = 1.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.6. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)^2}{x^4 + 2x + 1}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.6. \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}[2\pi(x + 1/2)]}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.6. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.6. \lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\ln \sin 3x}{(6x - \pi)^2}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{3x}}{\operatorname{arctg} x - x^2}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - e^{\beta x}}{\sin \alpha x - \sin \beta x}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.6. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 5 - \frac{4}{\cos x} \right)^{1/\sin^2 3x}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.6. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2 + 4}{x + 2} \right)^{x^2+3}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.6. \lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{1/\cos(3\pi/4-x)}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.6. \lim_{x \rightarrow \pi/6} (\sin x)^{6x/\pi}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{2+n^5} - \sqrt{2n^3+3}}{(n + \sin n)\sqrt{7n}}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.7. a_n = \frac{9 - n^3}{1 + 2n^3}, \quad a = -\frac{1}{2}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.7. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1 + 2n)^3 - 8n^3}{(1 + 2n)^2 + 4n^2}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.7. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n^2+2}}{\sqrt[4]{4n^4+1} - \sqrt[3]{n^4-1}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.7. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( n + \sqrt[3]{4 - n^3} \right).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

5.7.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1)}{n + 3} - n \right].$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.7. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 - 3n + 6}{n^2 + 5n + 1} \right)^{n/2}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.7. \lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{9x^2 - 1}{x + 1/3} = -6.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.7. f(x) = -4x^2 - 7, \quad x_0 = 1.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x+x^5}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.7. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{4x^2}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.7. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(x - \pi)^4}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin\left(\sqrt{2x^2 - 3x - 5} - \sqrt{1+x}\right)}{\ln(x-1) - \ln(x+1) + \ln 2}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{5x} - 2^x}{x - \sin 9x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - 1}{e^{x^2} - 1}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.7. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 - \ln\left(1 + \sqrt[3]{x}\right) \right)^{x/\sin^4 \sqrt[3]{x}}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.7. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\ln(1+x)}{6x} \right)^{x/(x+2)}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.7. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x-1}{x} \right)^{1/(\sqrt[5]{x}-1)}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.7. \lim_{x \rightarrow 3} \left( 2 - \frac{x}{3} \right)^{\sin \pi x}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

20.7.

$$\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x} + (4x - \pi) \cos \frac{x}{4x - \pi}}{\operatorname{lg}(2 + \operatorname{tg} x)}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.8. a_n = \frac{4n-3}{2n+1}, \quad a = 2.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-4n)^2}{(n-3)^3 - (n+3)^3}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4+2} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4+2} + \sqrt{n-2}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sqrt{n(n+2)} - \sqrt{n^2 - 2n + 3} \right].$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+4+7+\dots+(3n-2)}{\sqrt{5n^4+n+1}}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-10}{n+1} \right)^{3n+1}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{x - 2} = 7.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.8. f(x) = -5x^2 - 8, \quad x_0 = 2.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+x^2} - (1+x)}{x}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\operatorname{tg} \pi x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.8. \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{(x-2\pi)^2}{\operatorname{tg}(\cos x - 1)}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - e^{-2x}}{2 \operatorname{arctg} x - \sin x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(e^x - e^{-x})}{e^{x^3+1} - e}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.8. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 2 - e^{\arcsin^2 \sqrt{x}} \right)^{3/x}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.8. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\operatorname{tg} 4x}{x} \right)^{2+x}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.8. \lim_{x \rightarrow a} \left( 2 - \frac{x}{a} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2a}}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.8. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1+x}{2+x} \right)^{(1-x^2)/(1-x)}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sin \sqrt{n^2+1} \cdot \operatorname{arctg} \frac{n}{n^2+1} \right).$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.9. a_n = \frac{1 - 2n^2}{2 + 4n^2}, \quad a = -\frac{1}{2}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3}{(n+1)^2 - (n+1)^3}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 - \sqrt{n^5 + 1}}{\sqrt{4n^6 + 3} - n}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

4.9.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sqrt{(n+2)(n+1)} - \sqrt{(n-1)(n+3)} \right].$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+4)! - (n+2)!}{(n+3)!}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.9. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{6n-7}{6n+4} \right)^{3n+2}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.9. \lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x + 1/3} = -4.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.9. f(x) = -5x^2 - 9, \quad x_0 = 3.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.9. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8 + 3x + x^2} - 2}{x + x^2}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\ln(1 + 2x)}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.9. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.9. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\ln(4x-1)}{\sqrt{1 - \cos \pi x} - 1}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{12^x - 5^{-3x}}{2 \arcsin x - x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.9. \lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{1 - 2 \cos x}{\sin(\pi - 3x)}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.9. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos \pi x)^{1/(x \sin \pi x)}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.9. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^{x^3} - 1}{x^2} \right)^{(8x+3)/(1+x)}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.9. \lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{\operatorname{ctg} 2x / \sin 3x}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.9. \lim_{x \rightarrow 1} (1 + e^x)^{\frac{\sin \pi x}{1-x}}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - \sqrt{3n^5 - 7}}{(n^2 - n \cos n + 1) \sqrt{n}}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.10. a_n = -\frac{5n}{n+1}, \quad a = -5.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

2.10.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2 + (n-1)^2 - (n+2)^3}{(4-n)^3}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.10. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n+2} - \sqrt[3]{8n^3+5}}{\sqrt[4]{n+7} - n}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.10. \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left( \sqrt{n(n^4-1)} - \sqrt{n^5-8} \right).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.10. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n-1)! + (3n+1)!}{(3n)!(n-1)}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.10. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 + 4n - 1}{3n^2 + 2n + 7} \right)^{2n+5}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.10. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1} = -6.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.10. f(x) = -4x^2 + 9, \quad x_0 = 4.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.10. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin(2\pi(x+10))}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.10. \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{e^{x^2} - e^{4\pi^2}}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.10. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin(x+2)/2}{3\sqrt{2+x+x^2} - 9}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - e^{-2x}}{\sin x - 2x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.10. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin \pi x}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.10. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 + \sin^2 3x \right)^{1/\ln \cos x}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.10. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x+2}{x+4} \right)^{\cos x}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.10. \lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{1/\sin^2 2x}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.10. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\operatorname{tg} 9\pi x}{\sin 4\pi x} \right)^{x/(x+1)}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.10. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3\sin n + \sqrt{n-1}}{n + \sqrt{n+1}}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.11. a_n = \frac{n+1}{1-2n}, \quad a = -\frac{1}{2}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.11. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n+1)^3 - (n-2)^3}{n^2 + 2n - 3}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.11. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[4]{3n+1} + \sqrt{81n^4 - n^2 + 1}}{(n + \sqrt[3]{n})\sqrt{5-n+n^2}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.11. \lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt[3]{5+8n^3} - 2n \right).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.11. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 5^{n+1}}{2^{n+1} + 5^{n+2}}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.11. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + n + 1}{n^2 + n - 1} \right)^{-n^2}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.11. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} = 2.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.11. f(x) = -3x^2 + 8, \quad x_0 = 5.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.11. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.11. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{2x}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-7x)}{\sin(\pi(x+7))}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.11. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.11. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^{\sin \pi x} - 1}{\ln(x^3 - 6x - 8)}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{5x} - 2^{7x}}{\arcsin 2x - x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.11. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\ln \operatorname{tg} x}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.11. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - x \right) \right)^{\operatorname{ctg} x}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.11. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 6x}{2x} \right)^{2+x}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.11. \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{6-x}{3} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.11. \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{\arcsin(x-3)}{\sin 3\pi x} \right)^{x^2-8}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.11. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1 - \cos n) \sqrt[3]{n}}{\sqrt{2n+1} - 1}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.12. a_n = \frac{2n+1}{3n-5}, \quad a = \frac{2}{3}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.12. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n+2)^3}{(n+4)^3 + (n+5)^3}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.12. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt{n^2-3}}{\sqrt[3]{n^5-4} - \sqrt[4]{n^4+1}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.12. \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left( \sqrt[3]{5+n^3} - \sqrt[3]{3+n^3} \right).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.12. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}}{1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^n}}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.12. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + 5n + 7}{2n^2 + 5n + 3} \right)^n.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.12. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x - 1/2} = 5.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.12. f(x) = -2x^2 + 7, \quad x_0 = 6.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.12. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - x^2 - x + 1}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x + 5\pi/2) \operatorname{tg} x}{\arcsin 2x^2}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.12. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(5-2x)}{\sqrt{10-3x} - 2}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.12. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln \cos 2x}{(1 - \pi/x)^2}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^x}{\arcsin x + x^3}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.12. \lim_{x \rightarrow b} \frac{a^x - a^b}{x - b}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.12. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 - x \sin^2 x \right)^{1/\ln(1+\pi x^3)}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.12. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^{x^2} - 1}{x^2} \right)^{6/(1+x)}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.12. \lim_{x \rightarrow 4\pi} (\cos x)^{\operatorname{ctg} x / \sin 4x}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.12. \lim_{x \rightarrow \pi/4} (\sin 2x)^{\frac{x^2 - \pi^2/16}{x - \pi/4}}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.12. \lim_{x \rightarrow 0} \ln \left( 2 + \sqrt{\operatorname{arctg} x \cdot \sin \frac{1}{x}} \right).$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.13. a_n = \frac{1-2n^2}{n^2+3}, \quad a = -2.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.13. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)^3 + (n+4)^3}{(n+3)^4 - (n+4)^4}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.13. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5+3} - \sqrt{n-3}}{\sqrt[5]{n^5+3} + \sqrt{n-3}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.13. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sqrt[3]{(n+2)^2} - \sqrt[3]{(n-3)^2} \right].$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

5.13.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-3+5-7+9-11+\dots+(4n-3) - (4n-1)}{\sqrt{n^2+1} + \sqrt{n^2+n+1}}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.13. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.13. \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{6x^2 - 5x + 1}{x - 1/3} = -1.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.13. f(x) = 2x^2 + 6, \quad x_0 = 7.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.13. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.13. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2x}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \ln(1-2x)}{4 \operatorname{arctg} 3x}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.13. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 3} - 1}{\sin \pi x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.13. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} \ln(3x-5)}{e^{x+3} - e^{x^2+1}}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 2^{7x}}{\operatorname{tg} 3x - x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x}{x \sin 3x}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.13. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 2 - 5^{\arcsin x^3} \right)^{\left( \operatorname{cosec}^2 x \right) / x}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.13. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 2x}{\sin 3x} \right)^{x^2}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.13. \lim_{x \rightarrow 1} (3-2x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.13. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \operatorname{arctg} \frac{x-3/4}{(x-1)^2} \right)^{x+1}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.13. \lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{\frac{1 + \cos \pi x}{4 + (x+2) \sin \frac{x}{x+2}}}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.14. a_n = \frac{3n^2}{2-n^2}, \quad a = -3.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.14. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^3 + (n-1)^3}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.14. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n} - 9n^2}{3n - \sqrt[4]{9n^8 + 1}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

4.14.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n+1)^3} - \sqrt{n(n-1)(n-3)}}{\sqrt{n}}.$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

5.14.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (2n-1) - 2n}{\sqrt{9n^4 + 1}}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.14. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{5n^2 + 3n - 1}{5n^2 + 3n + 3} \right)^{n^2}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.14. \lim_{x \rightarrow -7/5} \frac{10x^2 + 9x - 7}{x + 7/5} = -19.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.14. f(x) = 3x^2 + 5, \quad x_0 = 8.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.14. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.14. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{3x+1}}{\cos[\pi(x+1)/2]}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.14. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.14. \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\ln \cos x}{3^{\sin 2x} - 1}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\operatorname{tg} 2x - \sin x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{x \ln \cos 5x}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.14. \lim_{x \rightarrow 0} (2 - \cos 3x)^{1/\ln(1+x^2)}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.14. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \operatorname{tg} \left( x + \frac{\pi}{3} \right) \right)^{x+2}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.14. \lim_{x \rightarrow 4\pi} (\cos x)^{\frac{5}{\operatorname{tg} 5x \sin 2x}}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.14. \lim_{x \rightarrow \pi} \left( \operatorname{ctg} \frac{x}{4} \right)^{\sin(x-\pi)}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.14. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt[3]{n^4 - 3} + \sin n}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.15. a_n = \frac{n}{3n-1}, \quad a = \frac{1}{3}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.15. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 - 2n}{(n+1)^4 - (n-1)^4}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.15. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n+1} - \sqrt[3]{27n^3+4}}{4\sqrt{n} - \sqrt[3]{n^5+n}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.15. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2+3n-2} - \sqrt{n^2-3} \right).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.15. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3+5} - \sqrt{3n^4+2}}{1+3+5+\dots+(2n-1)}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.15. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+1}{3n-1} \right)^{2n+3}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.15. \lim_{x \rightarrow -7/2} \frac{2x^2+13x+21}{2x+7} = -\frac{1}{2}.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.15. f(x) = 4x^2 + 4, \quad x_0 = 9.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.15. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+5x^2+8x+4}{x^3+3x^2-4}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.15. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x-3}}{\sqrt{3+x} - \sqrt{2x}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x^2 + \pi x}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.15. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x-3} - 3^{2x^2}}{\operatorname{tg} \pi x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.15. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{1+\ln^2 x} - 1}{1 + \cos \pi x}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^{2x} - 7^{-x}}{2\operatorname{tg} x - \operatorname{arctg} x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.15. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) + \ln(x-h) - 2\ln x}{h^2}, \quad x > 0.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.15. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 2 - e^{\sin x} \right)^{\operatorname{ctg} \pi x}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.15. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^3+8}{3x^2+10} \right)^{x+2}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.15. \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{9-2x}{3} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.15. \lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{\sin x - \sin a}{x - a} \right)^{x^2/a^2}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.15. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + \cos n} + \sqrt{3n^2 + 2}}{\sqrt[5]{n^6 + 1}}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.16. a_n = \frac{3n^3}{n^3 - 1}, \quad a = 3.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.16. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+6)^3 - (n+1)^3}{(2n+3)^2 + (n+4)^2}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.16. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[3]{7n} - \sqrt[4]{81n^8 - 1}}{(n+4\sqrt{n})\sqrt{n^2 - 5}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.16. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n-3}).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.16. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2^n}{3^{n-1} + 2^n}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.16. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + 7n - 1}{2n^2 + 3n - 1} \right)^{-n^2}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.16. \lim_{x \rightarrow 5/2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{2x - 5} = \frac{1}{2}.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.16. f(x) = 5x^2 + 3, \quad x_0 = 8.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.16. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.16. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x+2}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{3 \arctg x}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.16. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sin \pi x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.16. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos(x/2)}{e^{\sin x} - e^{\sin 4x}}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{\sin 3x - \sin 5x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.16. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\log_2 x}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.16. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/\ln(1+\sin^2 x)}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.16. \lim_{x \rightarrow 0} (\sin(x+2))^{3/(3+x)}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.16. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\operatorname{ctg} x \operatorname{tg} 3x}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.16. \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - 4} \right)^{1/x}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x \operatorname{arctg} \frac{1}{x}} + 3}{2 - \lg(1 + \sin x)}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.17. a_n = \frac{4 + 2n}{1 - 3n}, \quad a = -\frac{2}{3}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.17. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n - 3)^3 - (n + 5)^3}{(3n - 1)^3 + (2n + 3)^3}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.17. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 - 7} + \sqrt[3]{n^2 + 4}}{\sqrt[4]{n^5 + 5} + \sqrt{n}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.17. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n(n^5 + 9)} - \sqrt{(n^4 - 1)(n^2 + 5)}}{n}.$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.17. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{n + 2}{1 + 2 + 3 + \dots + n} - \frac{2}{3} \right].$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.17. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n + 3}{n + 5} \right)^{n+4}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.17. \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{6x^2 + x - 1}{x - 1/3} = 5.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.17. f(x) = 5x^2 + 1, \quad x_0 = 7.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.17. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 + 4}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.17. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x} - 4}{\sqrt{4 + x} - \sqrt{2x}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin[\pi(x + 1)]}{\ln(1 + 2x)}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.17. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\ln 2x - \ln \pi}{\sin(5x/2) \cos x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.17. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(2x - 5)}{e^{\sin \pi x} - 1}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{3x} - 3^{2x}}{\operatorname{tg} x + x^3}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\sin x}}{\operatorname{tg} x}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.17. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 2 - e^{x^2} \right)^{1/\ln(1 + \operatorname{tg}^2(\pi x/3))}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.17. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2^{2x} - 1}{x} \right)^{x+1}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.17. \lim_{x \rightarrow 1} \left( 2e^{x-1} - 1 \right)^{x/(x-1)}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.17. \lim_{x \rightarrow \pi/4} (\sin x + \cos x)^{1/\operatorname{tg} x}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.17. \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\operatorname{arctg} x \cdot \sin^2 \frac{1}{x} + 5 \cos x}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.18. a_n = \frac{5n+15}{6-n}, \quad a = -5.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.18. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+10)^2 + (3n+1)^2}{(n+6)^3 - (n+1)^3}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.18. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6+4} + \sqrt{n-4}}{\sqrt[5]{n^6+6} - \sqrt{n-6}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.18. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n(n+5)} - n \right).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.18. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{5}{6} + \frac{13}{36} + \dots + \frac{3^n + 2^n}{6^n} \right).$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.18. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^3+1}{n^3-1} \right)^{2n-n^3}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.18. \lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2 - 75x - 39}{x + 1/2} = -81.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.18. f(x) = 4x^2 - 1, \quad x_0 = 6.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.18. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.18. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x^2} - 4}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos x}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.18. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\cos 2x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.18. \lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{e^{\sin^2 6x} - e^{\sin^2 3x}}{\log_3 \cos 6x}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - e^{2x}}{2 \operatorname{tg} x - \sin x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.18. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x - 2}{\ln x}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.18. \lim_{x \rightarrow 0} (3 - 2 \cos x)^{-\operatorname{cosec}^2 x}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.18. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^4 + 5}{x + 10} \right)^{4/(x+2)}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.18. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right)^{1/(x-\pi/2)}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.18. \lim_{x \rightarrow \pi/8} (\operatorname{tg} 2x)^{\sin(\pi/8+x)}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.18. \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{4 \cos x + \sin \frac{1}{x} \cdot \ln(1+x)}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.19. a_n = \frac{3-n^2}{1+2n^2}, \quad a = -\frac{1}{2}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.19. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3 + (3n+2)^3}{(2n+3)^3 - (n-7)^3}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.19. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - \sqrt[4]{n^3}}{\sqrt[3]{n^6 + n^3} + 1 - 5n}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.19. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^3 + 8} \left( \sqrt{n^3 + 2} - \sqrt{n^3 - 1} \right).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.19. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 5 + 4 - 7 + \dots + 2n - (2n + 3)}{n + 3}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.19. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + 21n - 7}{2n^2 + 18n + 9} \right)^{2n+1}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.19. \lim_{x \rightarrow 11} \frac{2x^2 - 21x - 11}{x - 11} = 23.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.19. f(x) = 3x^2 - 2, \quad x_0 = 5.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.19. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.19. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\sqrt[3]{x/4} - 1/2}{\sqrt{1/2 + x} - \sqrt{2x}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sin[\pi(x+2)]}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.19. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{e^\pi - e^x}{\sin 5x - \sin 3x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.19. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\operatorname{tg} 2x}}{\ln(2x/\pi)}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 7^x}{\arcsin 3x - 5x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.19. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin(x-h)}{h}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.19. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 2 - 3^{\sin^2 x} \right)^{1/\ln \cos x}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.19. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{11x + 8}{12x + 1} \right)^{\cos^2 x}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.19. \lim_{x \rightarrow 1} \left( 2e^{x-1} - 1 \right)^{(3x-1)/(x-1)}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.19. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \arcsin x \right)^{\operatorname{tg} \pi x}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.19. \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{2 \cos^2 x + (e^x - 1) \sin \frac{1}{x}}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.20. a_n = \frac{2n-1}{2-3n}, \quad a = -\frac{2}{3}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+7)^3 - (n+2)^3}{(3n+2)^2 + (4n+1)^2}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+4} - \sqrt[5]{n^5+5}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^3+1)(n^2+3)} - \sqrt{n(n^4+2)}}{2\sqrt{n}}.$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)! + (2n+2)!}{(2n+3)! - (2n+2)!}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.20. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{10n-3}{10n-1} \right)^{5n}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.20. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x^2 - 24x - 5}{x-5} = 26.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.20. f(x) = 2x^2 - 3, \quad x_0 = 4.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.20. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x-2}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.20. \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{\sqrt[3]{x/9} - 1/3}{\sqrt{1/3+x} - \sqrt{2x}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin[5(x+\pi)]}{e^{3x} - 1}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.20. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9-2x^2)}{\sin 2\pi x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.20. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg}(e^{x+2} - e^{x^2-4})}{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-5x}}{2\sin x - \operatorname{tg} x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sin 3x}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.20. \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sqrt{2 - \cos x}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.20. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^3+1}{x^3+8} \right)^{2/(x+1)}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.20. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (1 + \cos 3x)^{\sec x}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.20. \lim_{x \rightarrow \pi} (x + \sin x)^{\sin x+x}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 + \ln \left( e + x \sin \frac{1}{x} \right)}{\cos x + \sin x}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.21. a_n = \frac{3n-1}{5n+1}, \quad a = \frac{3}{5}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.21. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3 - (2n+3)^3}{(2n+1)^2 + (2n+3)^2}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.21. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[4]{11n} + \sqrt{25n^4 - 81}}{(n - 7\sqrt{n})\sqrt{n^2 - n + 1}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

4.21.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sqrt{(n^2+1)(n^2+2)} - \sqrt{(n^2-1)(n^2-2)} \right].$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.21. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+\dots+n}{n-n^2+3}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.21. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 - 5n}{3n^2 - 5n + 7} \right)^{n+1}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.21. \lim_{x \rightarrow -7} \frac{2x^2 + 15x + 7}{x + 7} = -13.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.21. f(x) = -2x^2 - 4, \quad x_0 = 3.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.21. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + 2x + 1}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.21. \lim_{x \rightarrow 1/4} \frac{\sqrt[3]{x/16} - 1/4}{\sqrt{1/4 + x} - \sqrt{2x}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \sin x}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.21. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - 2^{4-x^2}}{2(\sqrt{2x} - \sqrt{3x^2 - 5x + 2})}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.21. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2^x + 7} - \sqrt{2^{x+1} + 5}}{x^3 - 1}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{5x} - 9^{-2x}}{\sin x - \operatorname{tg} x^3}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.21. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^{x+h} + a^{x-h} - 2a^x}{h^2}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.21. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 6 - \frac{5}{\cos x} \right)^{\operatorname{ctg}^2 x}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.21. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} \right)^{3/(x+8)}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.21. \lim_{x \rightarrow 2} (2e^{x-2} - 1)^{(3x+2)/(x-2)}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.21. \lim_{x \rightarrow 1} (\ln^2 ex)^{1/(x^2+1)}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

20.21.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln \left[ \left( e^{x^2} - \cos x \right) \cos \frac{1}{x} + \operatorname{tg} \left( x + \frac{\pi}{3} \right) \right].$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.22. a_n = \frac{4n-3}{2n+1}, \quad a = 2.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.22. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - (n-1)^3}{(n+1)^4 - n^4}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.22. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} - \sqrt{n^2 + 5}}{\sqrt[5]{n^7} - \sqrt{n+1}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.22. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^5 + 1)(n^2 - 1)} - n\sqrt{n(n^4 + 1)}}{n}.$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.22. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + \sqrt{n} - 1}{2 + 7 + 12 + \dots + (5n - 3)}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.22. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+3}{n+1} \right)^{-n^2}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.22. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 6x - 8}{x + 4} = -10.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.22. f(x) = -3x^2 - 5, \quad x_0 = 2.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.22. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[7]{x}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{2^{-3x} - 1} \ln 2.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.22. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.22. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln(2 + \cos x)}{(3^{\sin x} - 1)^2}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{2x}}{\sin 3x - \operatorname{tg} 2x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 - \cos \sqrt{x}}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.22. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 3 - \frac{2}{\cos x} \right)^{\operatorname{cosec}^2 x}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.22. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \cos \frac{x}{\pi} \right)^{1+x}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.22. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sin(x-1)}{x-1} \right)^{\frac{\sin(x-1)}{x-1-\sin(x-1)}}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.22. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \sqrt{x} + 1 \right)^{\pi/\operatorname{arctg} x}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + \ln(1+x) \sqrt{2 + \cos \frac{1}{x}}}{2 + e^x}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.23. a_n = \frac{1 - 2n^2}{2 + 4n^2}, \quad a = -\frac{1}{2}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.23. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^4 - (n-2)^4}{(n+5)^2 + (n-5)^2}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.23. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^7 + 5} - \sqrt{n-5}}{\sqrt[7]{n^7 + 5} + \sqrt{n-5}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.23. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^4 + 1)(n^2 - 1)} - \sqrt{n^6 - 1}}{n}.$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.23. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3}{4} + \frac{5}{16} + \frac{9}{64} + \dots + \frac{1 + 2^n}{4^n} \right).$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.23. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 - 6n + 5}{n^2 - 5n + 5} \right)^{3n+2}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.23. \lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{6x^2 - x - 1}{3x + 1} = -\frac{5}{3}.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.23. f(x) = -4x^2 - 6, \quad x_0 = 1.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.23. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\sin(\pi(x/2 + 1))}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.23. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x + 2}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.23. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(x^3 - \pi^3) \sin 5x}{e^{\sin^2 x} - 1}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{2x} - 2^{3x}}{\sin x + \sin x^2}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.23. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5+x} - 2}{\sin \pi x}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.23. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + \sin x \cos 2x}{1 + \sin x \cos 3x} \right)^{1/\sin x^3}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.23. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\arcsin x}{x} \right)^{2/(x+5)}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.23. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2-x}{x} \right)^{1/\ln(2-x)}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.23. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^3 - 1}{x - 1} \right)^{1/x^2}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.23. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos 2\pi x}{2 + (e^{\sqrt{x-1}} - 1) \operatorname{arctg} \frac{x+2}{x-1}}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.24. a_n = \frac{5n+1}{10n-3}, \quad a = \frac{1}{2}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.24. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^3 + (n-1)^3}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.24. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+2} - 5n^2}{n - \sqrt{n^4 - n + 1}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.24. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ n - \sqrt{n(n-1)} \right].$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.24. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+4+6+\dots+2n}{1+3+5+\dots+(2n-1)}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.24. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+4}{n+2} \right)^n.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.24. \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{x + 5} = -8.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.24. f(x) = -5x^2 - 7, \quad x_0 = 1.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.24. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x-x^2} - 2}{\sqrt[3]{x^2+x^3}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(e^{3x} - 1)^2}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.24. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin(x/2)}{\pi - x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.24. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{e^{\sqrt[3]{x^3-4x^2+6}} - e}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{3x}}{\sin 3x - \operatorname{tg} 2x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.24. \lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{2\sin^2 x + \sin x - 1}{2\sin^2 x - 3\sin x + 1}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.24. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 2 - e^{x^2} \right)^{1/(1-\cos \pi x)}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.24. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\operatorname{arc} \operatorname{tg} 3x}{x} \right)^{x+2}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.24. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left( \operatorname{ctg} \frac{x}{2} \right)^{1/\cos x}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.24. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{e^{\sin \pi x} - 1}{x - 1} \right)^{x^2+1}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.24. \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{(e^{\sin x} - 1) \cos \frac{1}{x} + 4 \cos x}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.25. a_n = \frac{2-2n}{3+4n}, \quad a = -\frac{1}{2}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.25. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 - (n-1)^2}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.25. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt[3]{n^3+2}}{\sqrt[7]{n+2} - \sqrt[5]{n^5+2}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

4.25.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left( \sqrt[3]{n^2(n^6+4)} - \sqrt[3]{(n^8-1)} \right).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

5.25.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1+5+9+13+\dots+(4n-3)}{n+1} - \frac{4n+1}{2} \right].$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.25. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{7n^2+18n-15}{7n^2+11n+15} \right)^{n+2}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.25. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{3x^2 - 40x + 128}{x - 8} = 8.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.25. f(x) = -4x^2 - 8, \quad x_0 = 2.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.25. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+3x^2} - (1+x)}{\sqrt[3]{x}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - tg^2 x}{x^4}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.25. \lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{1-2\cos x}{\pi-3x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.25. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos 4x}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9^x - 2^{3x}}{\operatorname{arctg} 2x - 7x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.25. \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\lg x - 1}{\sqrt{x-9} - 1}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.25. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 + \ln \frac{1}{3} \operatorname{arctg}^6 \sqrt{x} \right)^{1/x^3}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.25. \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\cos x^4}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.25. \lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\frac{\sin(\pi x/2)}{\ln(2-x)}}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.25. \lim_{x \rightarrow 2} (\cos \pi x)^{\operatorname{tg}(x-2)}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(1+x)}{\left( 2 + \sin \frac{1}{x} \right) \ln(1+x) + 2}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.26. a_n = \frac{23 - 4n}{2 - n}, \quad a = 4.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.26. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 + (n-1)^2}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.26. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt{71n} - \sqrt[3]{64n^6 + 9}}{(n - \sqrt[3]{n}) \sqrt{11 + n^2}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.26. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ n\sqrt{n} - \sqrt{n(n+1)(n+2)} \right].$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.26. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2 + 3 - 4 + \dots - 2n}{\sqrt[3]{n^3 + 2n + 2}}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.26. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n-1}{2n+1} \right)^{n+1}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.26. \lim_{x \rightarrow 10} \frac{5x^2 - 51x + 10}{x - 10} = 49.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.26. f(x) = -3x^2 - 9, \quad x_0 = 3.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.26. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.26. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e - x) - 1}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.26. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{arctg}(x^2 - 2x)}{\sin 3\pi x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.26. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\ln \sin x}{(2x - \pi)^2}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-2x}}{x + \sin x^2}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{x+1} - 3}{\ln(1 + x\sqrt{1 + xe^x})}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.26. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + \operatorname{tg} x \cos 2x}{1 + \operatorname{tg} x \cos 5x} \right)^{1/x^3}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.26. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 5x^2}{\sin x} \right)^{1/(x+6)}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.26. \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{\sin x}{\sin 3} \right)^{1/(x-3)}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.26. \lim_{x \rightarrow 1/2} (\arcsin x + \arccos x)^{1/x}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.26. \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{\lg(x+2) + \sin \sqrt{4-x^2}} \cos \frac{x+2}{x-2}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.27. a_n = \frac{1 + 3n}{6 - n}, \quad a = -3.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.27. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 + (n-2)^3}{n^4 + 2n^2 - 1}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.27. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+6} - \sqrt{n^2-5}}{\sqrt[3]{n^3+3} + \sqrt[4]{n^3+1}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.27. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n} \left( \sqrt[3]{n^2} - \sqrt[3]{n(n-1)} \right).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.27. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 7^n}{2^n - 7^{n-1}}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.27. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^3 + n + 1}{n^3 + 2} \right)^{2n^2}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.27. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 1/2} = -3.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.27. f(x) = -2x^2 + 9, \quad x_0 = 4.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.27. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 2x + 1}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.27. \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt[3]{(\sqrt{x} - 4)^2}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x(1 - \cos 2x)}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.27. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sin \pi x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.27. \lim_{x \rightarrow a} \frac{a^{x^2 - a^2} - 1}{\operatorname{tg} \ln(x/a)}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{5x} - 2^{-7x}}{2x - \operatorname{tg} x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{\sin^2 2x}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.27. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + x \cdot 3^x}{1 + x \cdot 7^x} \right)^{1/\operatorname{tg}^2 x}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.27. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - x \right) \right)^{(e^x - 1)/x}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.27. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x+1}{2x} \right)^{\frac{\ln(x+2)}{\ln(2-x)}}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.27. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\cos x + 1)^{\sin x}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.27. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2 + \cos x \sin \frac{2}{2x - \pi}}{3 + 2x \sin x}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.28. a_n = \frac{2n+3}{n+5}, \quad a = 2.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.28. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 - 3n}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.28. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^8 + 6} - \sqrt{n-6}}{\sqrt[8]{n^8 + 6} + \sqrt{n-6}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.28. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+2} (\sqrt{n+3} - \sqrt{n-4}).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.28. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + (n+2)!}{(n-1)! + (n+2)!}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.28. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{13n+3}{13n-10} \right)^{n-3}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.28. \lim_{x \rightarrow -6} \frac{3x^2 + 17x - 6}{x+6} = -19.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.28. f(x) = 2x^2 + 8, \quad x_0 = 5.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x^2 + x^5}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.28. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{\sqrt[3]{x^3 + 8}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 1)}{1 - \sqrt{x^2 + 1}}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.28. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(\pi x/2)}{1 - \sqrt{x}}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.28. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sin(e^{\sqrt[3]{1-x^2}/2} - e^{\sqrt[3]{x+2}})}{\operatorname{arctg}(x+3)}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{\sin 2x - \sin x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin bx - \sin ax}{\ln(\operatorname{tg}(\pi/4 + ax))}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.28. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg}^2 x)^{1/\ln(1+3x^2)}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.28. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 6 - \frac{5}{\cos x} \right)^{\operatorname{tg}^2 x}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.28. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\frac{18 \sin x}{\operatorname{ctg} x}}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.28. \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt[3]{x} + x - 1)^{\sin(\pi x/4)}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.28. \lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{tg} \left( \cos x + \sin \frac{x-1}{x+1} \cos \frac{x+1}{x-1} \right).$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.29. a_n = \frac{3n^2 + 2}{4n^2 - 1}, \quad a = \frac{3}{4}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.29. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 + 1}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.29. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - \sqrt{n^3 + 1}}{\sqrt[3]{n^6 + 2} - n}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.29. \lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt{n^4 + 3} - \sqrt{n^4 - 2} \right).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.29. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 6 + 9 + \dots + 3n}{n^2 + 4}.$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.29. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + 2n + 3}{2n^2 + 2n + 1} \right)^{3n^2 - 7}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.29. \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 17x - 6}{x - 1/3} = 19.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.29. f(x) = 3x^2 + 7, \quad x_0 = 6.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.29. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.29. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt[3]{x^2} - 16}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.29. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\pi(1 + x/2))}{\ln(x + 1)}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.29. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{10 - x}}{\sin 3\pi x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.29. \lim_{x \rightarrow a\pi} \frac{\ln(\cos(x/a) + 2)}{a^{a^2 \pi^2/x^2 - a\pi/x} - a^{a\pi/x - 1}}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.29. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x + \operatorname{tg} x^2}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.29. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin^3 x}{\cos^2 x}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.29. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln \cos x)^{1/\operatorname{tg}^2 x}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.29. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + 8x}{2 + 11x} \right)^{1/(x^2 + 1)}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.29. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x} \right)^{\frac{\ln(x+1)}{\ln(2-x)}}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.29. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 4x - 5} \right)^{1/(2-x)}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.29. \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x \left( 2 + \sin \frac{1}{x} \right) + 4 \cos x}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.30. a_n = \frac{2 - 3n^2}{4 + 5n^2}, \quad a = -\frac{3}{5}.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.30. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^2 - (n-2)^2}{(n+3)^2}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.30. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt[3]{n^3+1}}{\sqrt[4]{n+1} - \sqrt[5]{n^5+1}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

4.30.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n(n+1)(n+2)} \left( \sqrt{n^3-3} - \sqrt{n^3-2} \right).$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.30. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{7}{10} + \frac{29}{100} + \dots + \frac{2^n + 5^n}{10^n} \right).$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.30. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+5}{n-7} \right)^{n/6+1}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.30. \lim_{x \rightarrow -1/5} \frac{15x^2 - 2x - 1}{x + 1/5} = -8.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.30. f(x) = 4x^2 + 6, \quad x_0 = 7.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.30. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}{x^3 + 8x^2 + 21x + 18}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.30. \lim_{x \rightarrow -8} \frac{10 - x - 6\sqrt{1-x}}{2 + \sqrt[3]{x}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.30. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(e^{\pi x} - 1)}{3(\sqrt[3]{1+x} - 1)}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.30. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 3x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.30. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg}(3^{\pi/x} - 3)}{3^{\cos(3x/2)} - 1}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.30. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 3^{2x}}{x + \arcsin x^3}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.30. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\log_3 x - 1}{\operatorname{tg} \pi x}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.30. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 - \sin^2 \frac{x}{2} \right)^{1/\ln(1+\operatorname{tg}^2 3x)}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.30. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\arcsin^2 x}{\arcsin^2 4x} \right)^{2x+1}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.30. \lim_{x \rightarrow \pi} \left( \operatorname{ctg} \frac{x}{4} \right)^{1/\cos(x/2)}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.30. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x} \right)^{x^2}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.30. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin x + \sin \pi x \cdot \operatorname{arctg} \frac{1+x}{1-x}}{1 + \cos x}.$$

## ПРЕДЕЛЫ

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$1.31. a_n = \frac{2n^3}{n^3 - 2}, \quad a = 2.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.31. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^2 - (n+1)^2}{n^2 + n + 1}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.31. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[6]{n} + \sqrt[3]{n^{10} + 1}}{(n + \sqrt[4]{n}) \sqrt[3]{n^3 - 1}}.$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.31. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^2 + 5)(n^4 + 2)} - \sqrt{n^6 - 3n^3 + 5}}{n}.$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.31. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2 + 4 + \dots + 2n}{n + 3} - n \right).$$

**Задача 6.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$6.31. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n^2 + 4n - 1}{4n^2 + 2n + 3} \right)^{1-2n}.$$

**Задача 7.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$7.31. \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - 1/3} = 8.$$

**Задача 8.** Доказать, что функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  (найти  $\delta(\varepsilon)$ ).

$$8.31. f(x) = 5x^2 + 5, \quad x_0 = 8.$$

**Задача 9.** Вычислить пределы функций.

$$9.31. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}.$$

**Задача 10.** Вычислить пределы функций.

$$10.31. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2 - 9}}.$$

**Задача 11.** Вычислить пределы функций.

$$11.31. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x}{1 - \cos x}.$$

**Задача 12.** Вычислить пределы функций.

$$12.31. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}.$$

**Задача 13.** Вычислить пределы функций.

$$13.31. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(x^2/\pi)}{2\sqrt{\sin x + 1} - 2}.$$

**Задача 14.** Вычислить пределы функций.

$$14.31. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 3^{5x}}{\sin 7x - 2x}.$$

**Задача 15.** Вычислить пределы функций.

$$15.31. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\sin(x^2 - 1)}.$$

**Задача 16.** Вычислить пределы функций.

$$16.31. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + x^2 \cdot 2^x}{1 + x^2 \cdot 5^x} \right)^{1/\sin^3 x}.$$

**Задача 17.** Вычислить пределы функций.

$$17.31. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^3 + 4}{x^3 + 9} \right)^{1/(x+2)}.$$

**Задача 18.** Вычислить пределы функций.

$$18.31. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x - 1}{x} \right)^{\frac{\ln(3+2x)}{\ln(2-x)}}.$$

**Задача 19.** Вычислить пределы функций.

$$19.31. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{e^{2x} - e^2}{x - 1} \right)^{x+1}.$$

**Задача 20.** Вычислить предел функции или числовой последовательности.

$$20.31. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 3n - 1} + \sqrt[3]{2n^2 + 1}}{n + 2 \sin n}.$$